

Похідна добутку функцій

Запам'ятайте формулу!

$$(u v)' = u' v + u v'$$

Розглянемо приклади знаходження похідної добутку двох функцій

1) Знайдіть похідну функції:

$$y = (x^3 - 2)(x^2 + 1);$$

Знаходимо похідну за правилом добутку двох функцій

$$y = u \cdot v; \quad y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\begin{aligned} y' &= (x^3 - 2)'(x^2 + 1) + (x^3 - 2)(x^2 + 1)' = 3x^2(x^2 + 1) + 2x(x^3 - 2) = \\ &= 3x^4 + 3x^2 + 2x^4 - 4x = 5x^4 + 3x^2 - 4x. \end{aligned}$$

2) Знайдіть похідну функції:

$$y = \sqrt{x}(3x^2 + 2);$$

Використовуємо правило добутку функцій для знаходження похідної

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 2) + 6x \cdot \sqrt{x} = 1,5x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 6x\sqrt{x}.$$

3) Знайдіть похідну функції:

$$y = (\sqrt{x} + 1)(3 - 2\sqrt{x});$$

Диференціюємо за правилом

$$\begin{aligned} y' &= (\sqrt{x} + 1)'(3 - 2\sqrt{x}) + (\sqrt{x} + 1)(3 - 2\sqrt{x})' = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(3 - 2\sqrt{x}) - 2 \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 1) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 1 - 1 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2. \end{aligned}$$

$$y = x^2 \sin x;$$

Похідна за правилом добутку прийме значення

$$y' = (x^2)' \sin x + x^2 (\sin x)' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x.$$

4) Знайдіть похідну функції:

$$y = 3x \operatorname{tg} x.$$

Знаходимо похідну

$$y' = 3 \cdot \operatorname{tg} x + \frac{3x}{\cos^2 x}.$$

Домашнє завдання:

Знайдіть похідну функції

Знайдіть похідну добутку функції (598, 599).

598. а) $f(x) = x^3 \cos x$; б) $f(x) = (2x - 1) \sin x$; в) $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$.

599. а) $f(x) = x^3 \sin x$; б) $f(x) = \sin x \cos x$; в) $y = x \cdot \sqrt{x}$.